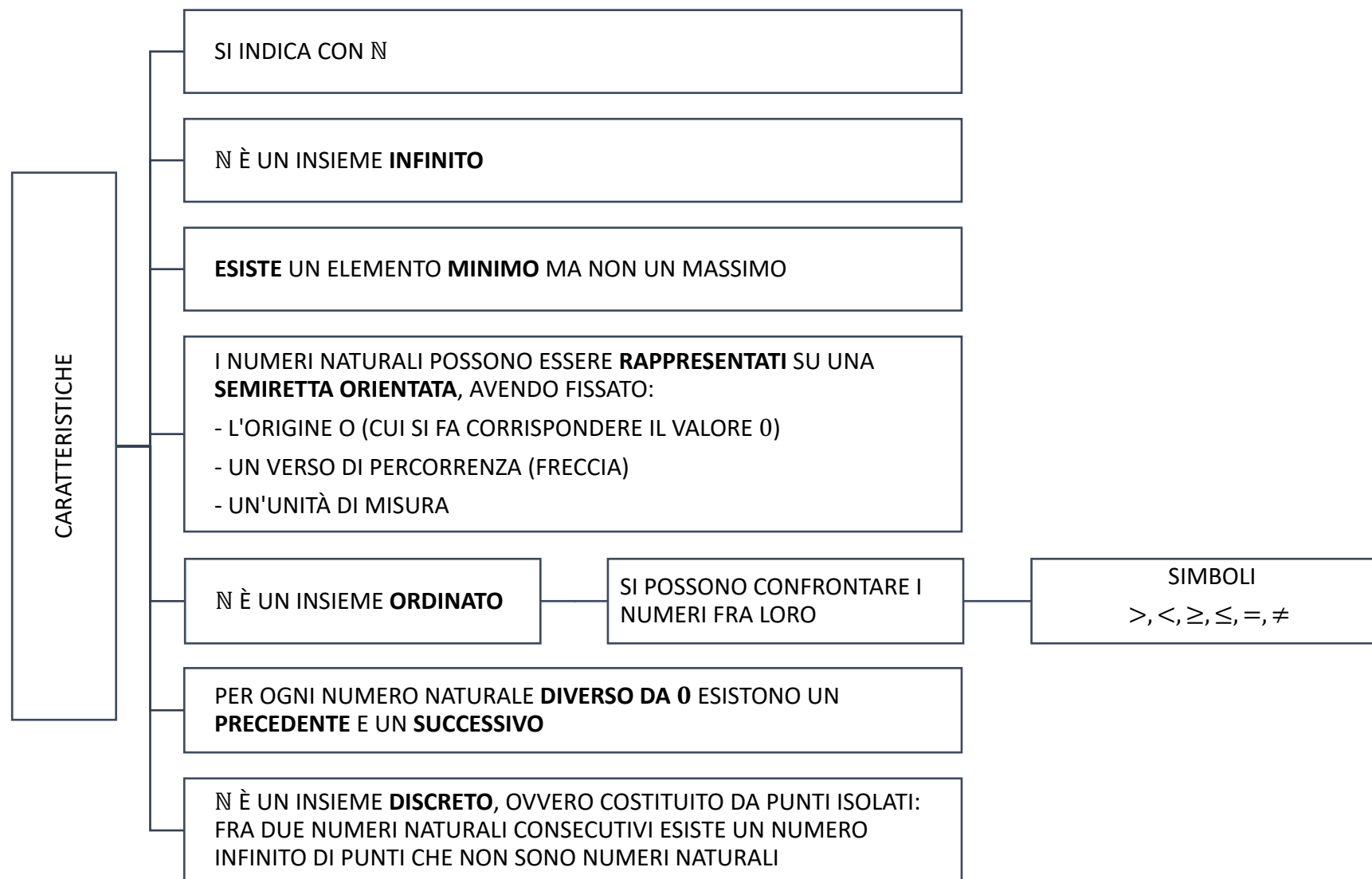
L’INSIEME DEI NUMERI NATURALI

MATEMATICA 10/10/2022

OPERAZIONI IN $\mathbb{N}$

OPERAZIONE	OPERANDI	RISULTATO
ADDIZIONE	$a + b$ → ADDENDI	SOMMA
SOTTRAZIONE	$a - b$ → MINUENDO, SOTTRAENDO	DIFFERENZA
MOLTIPLICAZIONE	$a \cdot b$ → FATTORI	PRODOTTO
DIVISIONE	$a : b$ → DIVIDENDO, DIVISORE	QUOZIENTE

OPERAZIONE	OPERANDI	DEFINIZIONE
POTENZA	a^n → ESPONENTE (n), BASE (a)	- $n > 1$: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ VOLTE}}$ - $n = 1$: $a^1 = a$ - $n = 0$: se $a \neq 0 \rightarrow a^0 = 1$ se $a = 0 \rightarrow 0^0$ NON HA SIGNIFICATO

ESPRESSIONI NUMERICHE — cosa sono e ordine delle operazioni

NUMERI E LETTERE — si usano per generalizzare. La lettera si chiama variabile

ESPRESSIONI LETTERALI — determinazione del valore per assegnati valori numerici della variabile. Esercizi di traduzione (pag. 5)

L'ADDIZIONE E LA MOLTIPLICAZIONE

OPERAZIONE	NOTE
ADDIZIONE	- OPERAZIONE INTERNA AD $\mathbb{N}$ ($\mathbb{N}$ È CHIUSO RISPETTO ALL'ADDIZIONE) - 0 È L'ELEMENTO NEUTRO DELL'ADDIZIONE: $0+n=n+0=n,\ \forall n \in \mathbb{N}$ - LA SOMMA DI DUE NUMERI NATURALI È 0 SOLO SE ENTRAMBE I NUMERI SONO 0
MOLTIPLICAZIONE	- OPERAZIONE INTERNA AD $\mathbb{N}$ ($\mathbb{N}$ È CHIUSO RISPETTO ALLA MOLTIPLICAZIONE) - 1 È L'ELEMENTO NEUTRO DELLA MOLTIPLICAZIONE: $1 \cdot n = n \cdot 1 = n,\ \forall n \in \mathbb{N}$ - 0 È L'ELEMENTO ASSORBENTE DELLA MOLTIPLICAZIONE → **LEGGE DI ANNULLAMENTO DEL PRODOTTO**: IL PRODOTTO DI DUE O PIÙ FATTORI È 0 SE E SOLO SE ALMENO UNO DEI FATTORI È 0 (CONDIZIONE NECESSARIA E SUFFICIENTE)

PROPRIETÀ DELL'ADDIZIONE E DELLA MOLTIPLICAZIONE

PROPRIETÀ	ENUNCIATO	IN FORMULE	ESEMPIO
COMMUTATIVA DELL'ADDIZIONE	CAMBIANDO L'ORDINE DEGLI ADDENDI, LA SOMMA NON CAMBIA	$a + b = b + a$	3 + 2 = 2 + 3
ASSOCIATIVA DELL'ADDIZIONE	LA SOMMA DI 3 O PIÙ NUMERI NON CAMBIA SE SI RAGGRUPPANO A PIACERE GLI ADDENDI	$(a+b)+c = a+(b+c)$	(5 + 2) + 3 = 5 + (2 + 3)
COMMUTATIVA DELLA MOLTIPLICAZIONE	CAMBIANDO L'ORDINE DEI FATTORI, IL PRODOTTO NON CAMBIA	$a \cdot b = b \cdot a$	3 · 2 = 2 · 3
ASSOCIATIVA DELLA MOLTIPLICAZIONE	IL PRODOTTO DI 3 O PIÙ NUMERI NON CAMBIA SE SI RAGGRUPPANO A PIACERE I FATTORI	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	(5 · 2) · 3 = 5 · (2 · 3)
DISTRIBUTIVA DELLA MOLTIPLICAZIONE RISPETTO ALL'ADDIZIONE	IL PRODOTTO DI UN NUMERO PER UNA SOMMA È UGUALE ALLA SOMMA DEI PRODOTTI FRA IL NUMERO E OGNUNO DEGLI ADDENDI	DISTRIBUTIVA A SINISTRA: $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$ DISTRIBUTIVA A DESTRA: $(b+c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$	5 · (2 + 3) = 5 · 2 + 5 · 3 (4 + 3) · 2 = 4 · 2 + 3 · 2
		RACCOGLIMENTO A FATTOR COMUNE $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c)$ $b \cdot a + c \cdot a = (b+c) \cdot a$	

MATEMATICA 10/10/2022

LA SOTTRAZIONE E LA DIVISIONE

OPERAZIONE	NOTE
SOTTRAZIONE	- È L'OPERAZIONE INVERSA DELL'ADDIZIONE: LA DIFFERENZA DI DUE NUMERI È QUEL NUMERO CHE SOMMATO AL SOTTRAENDO DÀ IL MINUENDO - NON È UN'OPERAZIONE INTERNA AD $\mathbb{N}$: $5-10$ NON HA RISULTATO IN $\mathbb{N}$ (NON ESISTE ALCUN NUMERO $n \in \mathbb{N}$ TALE CHE $n+5 = 10$) - È POSSIBILE ESEGUIRLA IN $\mathbb{N}$ SOLO SE IL MINUENDO È ≥ DEL SOTTRAENDO - SE IL SOTTRAENDO È 0, LA DIFFERENZA COINCIDE COL MINUENDO - SE IL MINUENDO E IL SOTTRAENDO SONO UGUALI, LA DIFFERENZA È 0
DIVISIONE	- È L'OPERAZIONE INVERSA DELLA MOLTIPLICAZIONE: IL QUOZIENTE FRA DUE NUMERI È QUEL NUMERO CHE MOLTIPLICATO PER IL DIVISORE DÀ IL DIVIDENDO - IL **DIVISORE DEVE SEMPRE ESSERE DIVERSO DA ZERO**: → $9:0$ IMPOSSIBILE (NESSUN NUMERO MOLTIPLICATO PER 0 DÀ 9) → $0:0$ INDETERMINATA (QUALSIASI NUMERO MOLTIPLICATO PER 0 DÀ 0) - NON È UN'OPERAZIONE INTERNA AD $\mathbb{N}$. AD ESEMPIO $5:2$ NON HA RISULTATO IN $\mathbb{N}$ (NON ESISTE ALCUN NUMERO $n \in \mathbb{N}$ TALE CHE $n \cdot 2 = 5$) - È POSSIBILE ESEGUIRLA IN $\mathbb{N}$ SOLO SE SI CALCOLA LA DIVISIONE CON RESTO: → $DIVIDENDO = DIVISORE \cdot QUOZIENTE + RESTO$ → SE $RESTO = 0$ LA DIVISIONE È ESATTA - SE IL DIVIDENDO È 0, IL QUOZIENTE È 0 (PER LA LEGGE DI ANNULLAMENTO DEL PRODOTTO) - SE IL DIVISORE È 1, IL QUOZIENTE COINCIDE CON IL DIVIDENDO - SE IL DIVIDENDO E IL DIVISORE SONO UGUALI, IL QUOZIENTE È 1

PROPRIETÀ DELLA SOTTRAZIONE E DELLA DIVISIONE

PROPRIETÀ	ENUNCIATO	IN FORMULE	ESEMPIO
INVARIANTIVA DELLA SOTTRAZIONE	IN UNA SOTTRAZIONE LA DIFFERENZA NON CAMBIA SE SI AGGIUNGE O SI TOGLIE SIA AL MINUENDO SIA AL SOTTRAENDO UNO STESSO NUMERO	CON $a \geq b$: $a-b=(a+c)-(b+c)$ CON $a \geq b \geq c$: $a-b=(a-c)-(b-c)$	$18-12 = (18+2)-(12+2)$ 37 - 14 = (37 - 7) - (14 - 7)
INVARIANTIVA DELLA DIVISIONE	IN UNA DIVISIONE IL QUOZIENTE NON CAMBIA SE SI MOLTIPLICA O SI DIVIDE SIA IL DIVIDEN-DO SIA IL DIVISORE PER UNO STESSO NUMERO (DIVERSO DA 0)	CON $b \neq 0,\ c \neq 0$ E QUANDO LE DIVISIONI SONO POSSIBILI IN $\mathbb{N}$: $a:b = (a \cdot c):(b \cdot c)$ $a:b = (a:c):(b:c)$	$45:15=(45\cdot 2):(15\cdot 2)$ $60:30 = (60:10):(30:10)$
DISTRIBUTIVA DELLA MOLTIPLICAZIONE RISPETTO ALLA SOTTRAZIONE	*VEDI FORMULA*	CON $b \geq c$: DISTRIBUTIVA A SINISTRA: $a\cdot(b-c)=a\cdot b-a\cdot c$ DISTRIBUTIVA A DESTRA: $(b-c)\cdot a=b\cdot a-c\cdot a$	5 · (7 - 1) = 5 · 7 - 5 · 1 (12 - 5) · 2 = 12 · 2 - 5 · 2
DISTRIBUTIVA A DESTRA DELLA DIVISIONE RISPETTO ALL'ADDIZIONE E ALLA SOTTRAZIONE	*VEDI FORMULA*	CON C ≠ 0 E QUANDO LE SOTTRAZ. E LE DIVISIONI SONO POSSIBILI IN $\mathbb{N}$: DISTR. risp. ADDIZIONE: $(a+b):c=a:c+b:c$ DISTR. risp. SOTTRAZIONE: $(a-b):c=a:c-b:c$	$(6+14):2 = (6:2)+(14:2)$ $(21-9):3 = (21:3)-(9:3)$

MATEMATICA 10/10/2022

PROPRIETÀ DELLE POTENZE

PROPRIETÀ	ENUNCIATO	IN FORMULE
PRIMA PROPRIETÀ PRODOTTO DI POTENZE CON LA STESSA BASE	IL PRODOTTO DI POTENZE CON LA STESSA BASE È UNA POTENZA CHE HA LA STESSA BASE E COME ESPONENTE LA SOMMA DEGLI ESPONENTI	$a^m \cdot an = a^{m+n}$
SECONDA PROPRIETÀ QUOZIENTE DI POTENZE CON LA STESSA BASE	IL QUOZIENTE DI POTENZE CON LA STESSA BASE È UNA POTENZA CHE HA LA STESSA BASE E COME ESPONENTE LA DIFFERENZA DEGLI ESPONENTI	$a^m : an = a^{m-n}$ con $a \neq 0$ e $m \geq n$
TERZA PROPRIETÀ POTENZA DI POTENZA	LA POTENZA DI UNA POTENZA È UNA POTENZA CHE HA LA STESSA BASE E COME ESPONENTE IL PRODOTTO DEGLI ESPONENTI	$(am)^n = a^{m \cdot n}$
QUARTA PROPRIETÀ PRODOTTO DI POTENZE CON LO STESSO ESPONENTE	IL PRODOTTO DI POTENZE CON LO STESSO ESPONENTE È UNA POTENZA CHE HA LO STESSO ESPONENTE E COME BASE IL PRODOTTO DELLE BASI	$a^m \cdot bm = (a \cdot b)^m$
QUINTA PROPRIETÀ QUOZIENTE DI POTENZE CON LO STESSO ESPONENTE	IL QUOZIENTE DI POTENZE CON LO STESSO ESPONENTE È UNA POTENZA CHE HA LO STESSO ESPONENTE E COME BASE IL QUOZIENTE DELLE BASI	$a^m : bm = (a: b)^m$ con $b \neq 0$